

7508

PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

SERIE IV - VOLUME XXIX - MCMLI

7508

Periodico
di
Matematiche

IV
29
1951



BOLOGNA NICOLA ZANICHELLI EDITORE

MCMLI

Il valore sociale della Matematica (4)

Desidero partire da una constatazione iniziale: il pubblico, anche se colto, non apprezza affatto gli insegnamenti scientifici ricevuti, ed in particolare non esita a dichiarare di non aver mai capito nulla della matematica e di non ricordare nulla di quanto, in tale disciplina, gli è stato insegnato al Liceo; qualcuno di questa sua incomprensione e di questa sua ignoranza se ne vanta.

La cosa è ovviamente molto grave sotto vari aspetti; più tardi vorrei soffermarmi a considerare i danni che ciò procura alla società, ma ora mi interessa principalmente considerare le ragioni di questa diffusa disistima verso la nostra materia.

A questo scopo vediamo, rapidamente, che cosa abbiamo imparato noi studiando e coltivando le matematiche, e ciò al fine di renderci conto di quanto in esse sia universale, e quindi essenziale, e quanto invece abbia solo valore di tecnica specialistica e risulti quindi ragionevolmente estraneo alla comune cultura, anche se di tono elevato.

Anzitutto abbiamo appreso un numero più o meno grande di concetti e di fatti riguardanti le varie discipline matematiche, cioè di Aritmetica, di Algebra, di Calcolo differenziale ed integrale, di Teoria delle funzioni, di Geometria analitica, proiettiva, descrittiva, algebrica, differenziale, di Meccanica razionale; dico così tanto per fissare una specie di classificazione che richiami i nomi dei corsi seguiti e i corrispondenti campi di studio e di ricerca.

(4) Conferenza tenuta il 28 Settembre 1951 al Congresso Nazionale della "Mathesis", a Pavia.

Se volessimo elencare quanti e quali di tutti questi fatti (postulati e teoremi) e di tutti questi concetti (primitivi e definizioni) costituiscono sicuro possesso comune per tutti noi, e considerare "sufficientemente colto in matematica", chi conosca solo questo possesso comune, saremmo spaventati della enorme ignoranza di questi "sufficientemente colti in matematica",.

Poi abbiamo imparato che i fatti non sono indipendenti fra di loro, ma che in gran parte sono conseguenze logiche, ricavabili per via di discorso, da un piccolo numero di essi, cioè che la maggioranza delle proposizioni sono Teoremi dimostrabili in base a poche di esse (i postulati).

Il ragionamento ci è apparso con un duplice aspetto: strumento di conoscenza ed elemento organizzativo della dottrina. La maggior parte delle proposizioni trovate per via logica potevano anche esser ottenute per via puramente sperimentale; ma per alcune la via logica era assolutamente necessaria (restando nel campo elementare notiamo il teorema che la serie dei numeri primi è illimitata e che la diagonale del quadrato è incommensurabile col lato).

Una terza cosa abbiamo appreso: che gli enti matematici sono ottimi schemi per rappresentare oggetti del mondo fisico e operazioni su di essi. Anzi abbiamo appreso di più: lo schema matematico che rappresenta un determinato oggetto (o per dir meglio gli oggetti di una determinata classe) varia secondo il problema che si ha in vista: così, ad esempio, le piastrelle di un pavimento possono essere considerate come punti, o come segmenti, o come superficie quadrate, o come parallelepipedi rettangoli (⁴).

Abbiamo anche imparato il fatto, in un certo senso inverso, che uno stesso schema matematico vale per enti diversi (e per le operazioni su di essi). Ne abbiamo sentito parlare diffusamente a proposito della Legge di dualità nel corso di Geometria proiettiva e, in forma più generale, a proposito della Geometria

(⁴) Ciò secondo che: una singola piastrella sia considerata per indicare una posizione nel pavimento; oppure si voglia calcolare il numero delle piastrelle che entrano nella bordura; oppure il numero di quelle che formano il pavimento; oppure il numero delle piastrelle contenute in un dato volume.

astratta (ed anche nella Teoria dei modelli e in varie altre occasioni). Ma, a pensarci bene, la cosa l'abbiamo vista molto più presto: alle elementari, nelle prime lezioni di Aritmetica. La relazione $2 + 4 = 6$ significa tanto che: "se mettiamo in una stessa scatola vuota prima 2 pennini e dopo 4 pennini, alla fine troviamo nella scatola 6 pennini", quanto che: "se facciamo entrare in una stalla vuota prima 2 buoi e dopo 4 buoi, alla fine troviamo nella stalla 6 buoi",. Risulta ovvia la diversità (e l'isomorfismo) delle operazioni aritmetiche e materiali che qui entrano in gioco.

Ne deriva che, date due serie di fenomeni che seguono uno stesso schema matematico, una delle due può servire da modello (in un certo senso sperimentale) per scoprire quello che accade all'altra serie. Il metodo delle proiezioni è un classico e suggestivo esempio geometrico, la Geometria analitica un secondo, un terzo l'uso di esperienze elettriche per studiare comportamenti idraulici; e via dicendo. Ma possiamo fare una osservazione ancor più significativa: tutte le intuizioni e tutte le argomentazioni di carattere analogico traggono quel qualche valore che esse abbiano da supposti isomorfismi: e il valore psicologico di queste argomentazioni è notevole, anche se minimo è il valore logico; e basti pensare alle argomentazioni socratiche del Fedone platonico e alle parabole evangeliche.

Noterò infine che abbiamo imparato ad analizzare criticamente quanto leggiamo ed ascoltiamo, e così sappiamo difenderci abbastanza efficacemente dalle insidie delle false asserzioni più o meno sinceramente affermate.

Ora il ragionamento matematico non è diverso dal ragionamento comune: ha il vantaggio di operare su concetti estremamente semplici (direi più volentieri: estremamente semplificati) e di essere verificabile con relativa facilità: la Matematica costituisce una ottima palestra per lo sviluppo e l'affinamento delle facoltà logiche. Spesse volte la distanza fra i postulati ed un teorema che ne consegue è estremamente lunga (qui la distanza va misurata mediante il numero dei passaggi logici). Se ogni passaggio fosse non rigoroso ma approssimato, mettiamo, al 90/100, una conclusione che implichi 20 passaggi logici sarebbe valida solo al 0,9²⁰, cioè circa all' 11/100, risultando quindi sostanzialmente falsa (è noto il sofisma del sacco di grano che è ancora pieno quando vi sia stato tolto tutto il

grano ad un chicco per volta). Conseguo per i matematici la necessità, e quindi l'abitudine, ad una rigorosa esattezza logica.

Ma vi è un'altra necessità (e quindi un'altra abitudine) quella della chiarezza, che, in primo luogo, implica la univocità della interpretazione delle affermazioni; ragione per cui oserei dire che tutte le leggi ed i regolamenti dovrebbero esser redatti da persone che avessero una buona educazione matematica o si servissero della collaborazione di un matematico.

A questo proposito credo non inutile citare alcuni passi della legge sui concorsi a cattedre di scuola media che ho dovuto leggere accuratamente in occasione di un concorso. Ecco come il redattore della legge se la cava per indicare un quoziente (approssimato) che debba essere un numero intero:

“Nella formazione della graduatoria dei vincitori sarà riservato un numero di posti fino che sia raggiunta la proporzione di un invalido per ogni 10 posti (o frazione di 10) „.

“La Commissione formerà una graduatoria suppletiva designando un numero non superiore a un quarto di quello dei vincitori. Se questo numero è inferiore a 4 si farà luogo ad una designazione „.

“Il $\frac{25}{100}$ dei posti è riservato a coloro... „.

Le due prime diciture sono completamente chiare, almeno per la mia commissione che era formata di 6 professori tutti matematici o fisici, ma la nostra interpretazione della seconda di esse non coincide con quella data da altre commissioni (e da qualche funzionario). Invece la terza è del tutto indeterminata specie nei casi, come era il nostro, in cui il quoziente esatto riusciva equidistante dai due quozienti approssimati per difetto e per eccesso. Inoltre non si vede la profonda ragione delle due decisioni diverse relative ai casi contemplati dalle prime due diciture. Ma lasciamo andare: tanto per le norme contenute nell'ultimo bando di concorsi tutte queste diciture sono rimaste inalterate.

Tutto ciò per quanto riguarda rigore e chiarezza; ma vi è un'altra osservazione di notevole portata.

La matematica, nella sua trattazione razionale, è un sistema ipotetico deduttivo: la sua verità è solo la coerenza interna, la sua utilità è legata alla possibilità che gli enti matematici introdotti siano schemi sufficientemente approssimati di oggetti e di relazioni effettivi del mondo fisico. Storicamente appare

che gli enti e le relazioni matematiche sono stati costruiti appunto come elementi rappresentativi di una realtà fisica e quindi tale matematica è utile. Ma anche teorie matematiche costruite a priori si sono rilevate poi idonee a interpretare fatti del mondo fisico; il qual successo può anche essere un fortunato caso, ma più ragionevolmente deve essere considerato come naturale effetto di una felice intuizione dei costruttori delle teorie stesse.

Insisto ancora sulla concezione della matematica come sistema ipotetico deduttivo per mettere in luce il fatto che l'educazione matematica spinge ad ammettere a priori qualunque gruppo di postulati. Segue che il matematico come tale (cioè entro i limiti che gli consentono la sua particolare natura umana e i suoi interessi) non è affatto un rigido assolutista, come molti credono, ma è disposto ad accogliere qualunque idea nuova e qualunque opinione, sempre però pronto alla critica e alla discussione. E ha imparato che una critica che miri a convincere il contraddittore deve essere montata sulla base dei postulati di questo, ed anzi che una discussione veramente onesta deve essere basata sui postulati comuni. Ma non vi è da meravigliarsi se talvolta si perviene a persuadere con ragioni assolutamente infondate per colui che le adopera.

Mano a mano che sono passati i miei anni ed ho meditato sulle cose che mi furono insegnate e che insegno, mi sono andato sempre più convincendo che nelle discipline matematiche il contenuto di conoscenze obiettive è quello di minima importanza, e ciò non solo per la generica persona colta, come è del tutto ovvio, ma spesso anche per il matematico di professione; in ogni caso infatti molte nozioni possono — con poca fatica — essere ricavate da un repertorio o da una enciclopedia. E non mi stupisco affatto che un medico od un avvocato ripensi con un senso di fastidio e di ribellione alla matematica che gli è stata propinata, negli anni di liceo, infarcita di formulacce, di procedimenti stereotipi e di regole, tutto un bagaglio di cose che la gran maggioranza degli stessi laureati in matematica non userà mai in circostanze diverse dal loro insegnamento. Mentre ogni giorno di più mi persuado della importanza enorme che per qualunque forma di attività, ed anche per la convivenza sociale, ha l'abito mentale caratteristico delle scienze esatte.

E coloro che, come me, credono piuttosto poco al valore probatorio delle citazioni, mi vorranno perdonare se, una volta tanto, anch'io indulgo al nobile gioco di scaricare sugli altri almeno un poco della propria responsabilità. E così mi permetto di citare i seguenti tre brani di PEARSON (1):

« È una caratteristica del metodo scientifico che, quando esso è divenuto un'abitudine dello spirito, allora lo spirito volge verso la Scienza tutti i fatti ».

« Quando lo spirito si imbeve del metodo scientifico, si libera delle tendenze individuali nella formazione dei giudizi — ciò che è ... una delle condizioni del perfetto esercizio dei diritti civili. Questa prima pretesa della educazione scientifica, il suo insegnamento del metodo, è, per me, la pretesa più forte che essa debba sostenere. Io credo che si guadagnerà di più ponendo l'insegnamento della scienza pura a portata di tutti i cittadini, che aprendo un gran numero di scuole tecniche consacrate all'insegnamento tecnico, il quale non si alzerà sopra il livello dell'insegnamento manuale ».

« La Scienza moderna, in quanto esercita lo spirito con analisi esatta ed imparziale dei fatti, è una educazione specialmente adatta a determinare un civismo di buona lega ».

« Così la nostra prima conclusione sul valore della Scienza, per quanto riguarda la vita pratica, si riferisce all'allenamento efficace che essa procura in relazione al metodo. L'uomo che è abituato a ordinare i fatti, a esaminare le loro complesse relazioni mutue e a predire secondo il risultato di questo esame il loro seguito inevitabile — seguito che noi chiamiamo "legge naturale", e che vale tanto per uno spirito normale che per l'investigatore particolare — un tal uomo, possiamo sperarlo, trasporterà il suo metodo scientifico nel campo dei problemi sociali. Egli malamente si accontenterà di semplici esposizioni superficiali, di vaghi appelli alla immaginazione, alle emozioni, ai pregiudizi individuali. Egli domanderà un alto grado di ragionamento, una veduta chiara dei fatti e dei loro risultati; e le sue esigenze non possono mancare di volgere al bene della comunità nel suo insieme ».

(1) Dalla traduzione francese "La Grammaire de la Science", di PEARSON.

Naturalmente molti troveranno esagerata la fiducia del PEARSON nella magica efficacia della conoscenza del metodo scientifico; ma l'esperienza, anche recente, ci mostra una quantità di problemi mal posti, di false dimostrazioni ridotte alla semplice monotona ripetizione di ciò che si dovrebbe dimostrare, di azioni e legiferazioni che ottengono il risultato opposto a quello che vorrebbero ottenere, e ciò non per sopravvenienza di circostanze inaspettate, ma per le più elementari ed ovvie leggi della economia politica e del semplice buonsenso.

Certo molti mali degli individui e della società sarebbero evitati se gli uomini avessero un più vigile senso dei nessi logici e dei nessi causali e non si facessero prendere dalle molte frasi retoriche da cui siamo ogni giorno, per mille motivi diversi, inondati.

Non si potrà rendere la cultura scientifica e la conoscenza dei metodi scientifici alla portata di ciascun uomo come il PEARSON sperava; ma si potrà pur ottenere che un giovane che esce dalla Università (o magari solo da un Liceo) abbia chiaro il senso che esistono leggi naturali che non possono essere impunemente violate e sappia evitare ragionamenti che non stanno in piedi; e a ciò dovrebbero provvedere gli insegnamenti scientifici, specialmente i fisico-matematici, compresi nel loro valore gnoseologico e morale e non ridotti alla aridità di un repertorio.

Non credo che a tal fine importino molto i programmi, ma il modo con cui l'insegnamento è fatto. Conoscere la Matematica significa anzitutto conoscere il metodo della matematica (formazione di schemi rappresentativi degli enti fisici e delle operazioni su di essi, codificazione delle mutue proprietà primarie di questi schemi e deduzione logica delle proprietà derivate), non ricordare un rilevante numero di enunciati, di definizioni e di teoremi e di questi saper ripetere la dimostrazione; così come sa il greco chi sia in grado di comprendere uno scritto in greco, non chi sappia a memoria la traduzione di alcuni brani e il sunto di qualche opera (o, peggio, un certo numero di titoli di opere mai lette).

Così, almeno nelle scuole che non abbiano l'unico scopo di preparare tecnici di calcoli, la matematica dovrebbe esser spiegata nella sua struttura; alcune definizioni e dimostrazioni andrebbero esposte, come esempio, dal docente e diffusamente

analizzate nelle loro ragioni; il resto verrebbe concepito come esercizio di logica che l'allievo deve fare lui e non ricavare da un libro. E allora lo studio delle matematiche sarà utile ai medici, agli avvocati, non meno che ai matematici ed agli ingegneri.

Naturalmente questo è una specie di sogno lontano dalle possibilità di realizzarsi, ora e per lungo tempo ancora; forse meno irrealizzabile è che nelle Facoltà di Filosofia (e magari in quelle di Legge e di Medicina) si abbia qualche ciclo di conferenze in cui un matematico, dotato di spirito missionario, cerchi di spiegare e valorizzare il nostro abito mentale e il nostro modo di vedere il mondo; e mi auguro che se ne possa tentare l'esperimento.

* O. CHISINI